



TITLE:

Soliton系の統計力学: Ideal-Gas
PhenomenologyとBethe Ansatz
Thermodynamics(物性におけるソリトン,基
研研究会「ソリトン系のダイナミクスとそ
れに関するカオスの問題」,研究会報告)

AUTHOR(S):

石川, 正勝; 高山, 一

CITATION:

石川, 正勝 ...[et al]. Soliton系の統計力学: Ideal-Gas PhenomenologyとBethe Ansatz Thermodynamics(物性におけるソリトン,基研研究会「ソリトン系のダイナミクスとそれに関するカオスの問題」,研究会報告). 物性研究 1985, 45(1): 40-43

ISSUE DATE:

1985-10-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91815>

RIGHT:

- 1) J. A. Krumhansl and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B11** (1975) 3535.
- 2) Y. Wada and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B18** (1978) 3897.
- 3) N. Theodorakopoulos, Z. Physik **B33** (1979) 385.
- 4) H. Ishiuchi and Y. Wada, Prog. Theor. Phys. **69** (1980) Supple. p242.
M. Ogata and Y. Wada, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) 3855.
- 5) H. Mori, Prog. Theor. Phys. **33** (1965) 423.
- 6) M. Ogata and Y. Wada, submitted to J. Phys. Soc. Jpn.
- 7) この拘束条件は χ に Goldstone モードが含まれないことを示している。この様なキンの中心座標の導入の仕方は場の理論において発展したもので collective coordinate method と呼ばれる。Review として
R. Jackiw, Rev. Mod. Phys. **49** (1977) 681.
- 8) M. Nechtschein, F. Dewenx, F. Genoud, M. Guglielmi, and K. Holczer, Phys. Rev. **B27** (1983) 61.

Soliton 系の統計力学
— Ideal-Gas Phenomenology と
Bethe Ansatz Thermodynamics —

常葉学園大 石 川 正 勝
京大基研 高 山 一

1. 序

古典可積分ソリトン系の ideal-gas phenomenology (IGP) を、すべての励起モード間相互作用による phase shift (又は spatial shift) からくる効果を self-consistent に取入れる¹⁾ことによって拡張する。その際、量子統計を用い半量子論的取扱いをする。そのように拡張された IGP は対応する量子系の Bethe 仮設法による統計力学と等価であることが示される。しかる後に $\hbar \rightarrow 0$ の古典極限をとり古典系の拡張された IGP を得る。

具体的には δ -関数型相互作用を持つ 1 次元 Bose ガス系と戸田格子を考える。

2. 拡張された IGP

励起モードの分枝を添字 i で区別する。 P_j -モードが励起されている為に P_i -モードの受け

る状態密度の変化を $A_{ij}(p_i, p_j)$ とすると, 分布関数 $n_j(p_j)$ が与えられれば状態密度 $R_i(p_i)$ は

$$R_i(p_i) = \frac{1}{2\pi} + \sum_j \int dp_j A_{ij}(p_i, p_j) n_j(p_j) R_j(p_j) \quad (1, 1)$$

により決められる. 自由エネルギー

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{F}{L} = \sum_j \int dp_i R_i(p_i) f_i(p_i), \\ f_i(p_i) &= \varepsilon_i(p_i) n_i(p_i) + \frac{1}{\beta} \{ n_i(p_i) \ln n_i(p_i) - (1 + n_i(p_i)) \\ &\quad \times \ln(1 + n_i(p_i)) \} \end{aligned} \right\} \quad (1, 2)$$

を $n_i(p_i)$ について極小化すると

$$\left. \begin{aligned} n_i(p) &= \{ \exp(\beta E_i(p)) - 1 \}^{-1}, \\ E_i(p_i) &= \varepsilon_i(p_i) + \sum_j \int dp_j f_j^{(0)}(p_j) A_{ji}(p_j, p_i), \\ f_i^{(0)}(p_i) &= -\beta^{-1} \ln(1 + n_i(p_i)) \end{aligned} \right\} \quad (1, 3)$$

を得る. ここで chemical potential $\mu = 0$ とした. 又 $\varepsilon_i(p_i)$ は p_i -モードの励起エネルギーである. このとき

$$f = \sum_i \int \frac{dp_i}{2\pi} f_i^{(0)}(p_i) \quad (1, 4)$$

となる.

3. Bethe 仮設法の統計力学

相互作用を持った 1 次元 Bose ガス系を考える. この系は Bethe 仮設法により解くことができるものとする. Yang-Yang²⁾ の理論から

$$\frac{1}{2\pi} = \rho(k) + \rho_h(k) + \int_{-\infty}^{\infty} dk' T(k-k') \rho(k'), \quad (2, 1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &\equiv \beta^{-1} \ln \{ \rho_h(k) / \rho(k) \} \\ &= k^2 - \mu + \beta^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dk' T(k-k') \ln(1 + e^{-\beta \varepsilon(k')}), \end{aligned} \quad (2, 2)$$

$$f = \mu d - (2\pi\beta)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dk \ln(1 + e^{-\beta \varepsilon(k)}), \quad (2, 3)$$

$$d = \int_{-\infty}^{\infty} dk \rho(k) \quad (2, 4)$$

となる. ここで $T(k) = (2\pi)^{-1} d\delta(k)/dk$, $\delta(k)$ は phase shift である. (2, 1)–(2, 4) は (1, 2)–(1, 4) と同形に書きかえることができる. $|k| \leq k_F$, $|k| > k_F$ をそれぞれ k_1 , k_2 で表すことにする.

$$\left. \begin{aligned} K_{11}(k_1, k'_1) &= \delta(k_1 - k'_1) - \int dk''_1 T(k_1 - k''_1) K_{11}(k''_1, k'_1), \\ K_{21}(k_2, k_1) &= - \int dk'_1 T(k_2 - k'_1) K_{11}(k'_1, k_1) = K_{12}(k_1, k_2), \\ K_{22}(k_2, k'_2) &= - \delta(k_2 - k'_2) - T(k_2 - k'_2) - \int dk_1 T(k_2 - k_1) \\ &\quad \times K_{12}(k_1, k'_2) \end{aligned} \right\} \quad (2, 5)$$

により K_{ij} を定義し, 又

$$\frac{dp_1(k_1)}{dk_1} = \int dk'_1 K_{11}(k_1, k'_1), \quad \frac{dp_2(k_2)}{dk_2} = 1 + \int dk_1 K_{12}(k_1, k_2) \quad (2, 6)$$

により p_1, p_2 を定義する. これらを使って

$$\left. \begin{aligned} \widehat{R}_1(p_1) &= - \left(\frac{dp_1}{dk_1} \right)^{-1} \rho(k_1), \quad \widehat{n}_1(p_1) = \frac{\rho_h(k_1)}{\rho(k_1)}, \\ \widehat{R}_2(p_2) &= \left(\frac{dp_2}{dk_2} \right)^{-1} \rho_h(k_2), \quad \widehat{n}_2(p_2) = \frac{\rho(k_2)}{\rho_h(k_2)}, \end{aligned} \right\} \quad (2, 7)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A}_{ii}(p_i, p_i) &= \left(\frac{dp_i}{dk_i} \right)^{-1} K_{ii}(k_i, k'_i), \\ \widehat{A}_{ij}(p_i, p_j) &= - \left(\frac{dp_i}{dk_i} \right)^{-1} K_{ij}(k_i, k_j) \quad (i \neq j) \end{aligned} \right\} \quad (2, 8)$$

とすれば, $\mu = \text{一定}$ のとき (1, 3), (1, 4) と同形を得る. ここで

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\epsilon}_1(p_1) &= \int dk'_1 K_{11}(k_1, k'_1) (\mu - k_1'^2), \\ \widehat{\epsilon}_2(p_2) &= k_2^2 - \mu + \int dk_1 K_{21}(k_2, k_1) (k_1^2 - \mu) \end{aligned} \right\} \quad (2, 9)$$

である.

4. Models

(a) δ -関数型相互作用を持つ Bose ガス系

弱相互作用極限を考える．Bose 場の運動方程式を古典的にとり扱い，Zakharov と Shabat³⁾ による非線形シュレーディンガー方程式の解より $\epsilon_i(p_i)$, $A_{ij}(p_i, p_j)$ を求め，Bethe 仮設法 $\hat{\epsilon}_i$, \hat{A}_{ij} の弱相互作用極限の式と比べると両者は一致することが示される．⁴⁾

(b) 戸田格子

量子戸田格子についての Sutherland,⁵⁾ Mertens⁶⁾ の Bethe 仮設法に従い，希薄・古典極限において $\hat{\epsilon}_j$, \hat{A}_{ij} を求めると，古典戸田格子の ϵ_i , A_{ij} ⁷⁾ と一致する．自由エネルギーの $\hbar \rightarrow 0$ の極限については研究中である．

References

- 1) N. Theodoracopoulos, KSI, 1984.
- 2) C.N. Yang and C.P. Yang, J. Math. Phys. **10** (1969), 1115.
- 3) V.E. Zakharov and A.B. Shabat, Sov. Phys. --JETP **37** (1973), 823.
- 4) M. Ishikawa and H. Takayama, J. Phys. Soc. Jpn. **49** (1980), 1242.
- 5) B. Sutherland, Rock. Mount. J. Math. **8** (1978), 413.
- 6) F.G. Mertens, Z. Phys. **B55** (1984), 353.
- 7) N. Theodoracopoulos and F.G. Merteus, Phys. Rev. **B28** (1983), 3512.

磁気ソリトンのダイナミクス

京大教養 川 崎 辰 夫

1 軸性の異方性を持った 1 次元ハイゼンベルグ磁性体にソリトン励起が存在していることを Meikeska が最初に示してより，¹⁾ 実験的研究が盛んに行われているが，直接的な検出は仲々難しい．一方理論的研究の発展の方向は，不純物が加えられた場合や系の本来の性質として考慮すべき格子の離散性の影響に向けられた．^{2~6)} このレポートでは後者の問題についての数値解析の結果を報告する．

古典スピン系のモデル・ハミルトニアン